# 1 Neformální úvod

V čem spočívá matematické poznání?

**Příklady.** *1. Není-li $n$ dělitelné třemi, potom existuje $k$, že platí $n = 3k+1$, nebo $n = 3k+2$.*

*2. Je-li $n^2$ dělitelné třemi, potom je $n$ dělitelné třemi.*

*3. $\sqrt{3}$ není racionální*

**Výrok** bude pro nás každé vyjádření, o kterém lze jednoznačně říci, že je buď pravda, nebo nepravda. To že je výrok pravda budeme často zkráceně označovat číslicí 1 a to, že je nepravda, číslicí 0.

Vyjádřeno podrobněji, musí tedy výroky splňovat následující dvě pravidla (zákony):

- výrok nemůže být zároveň pravda i nepravda (zákon sporu),
- výrok nemůžne nabývat jiné hodnoty, než je pravda nebo nepravda (zákon vyloučeného třetího).

Z výroků můžeme vytvářet výroky nové pomocí logických spojek (operací) $\neg$ (negace, opak), $\wedge$ (konjunkce, logické a), $\vee$ (disjunkce, logické nebo), $\Longrightarrow$ (implikace), $\Longleftrightarrow$ (ekvivalence). Tyto spojky jsou zadány (definovány) pravdivostními tabulkami:

| $A$ | $B$ | $\neg A$ | $A \wedge B$ | $A \vee B$ | $A \Longrightarrow B$ | $A \Longleftrightarrow B$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |

**Na procvičení:** ve skutečnosti si vystačíme jen se spojkami $\neg$ a $\Longrightarrow$, $A \vee B$ můžeme vyjádřit jako $(\neg A) \Longrightarrow B$, $A \wedge B$ jako $\neg(A \Longrightarrow (\neg B))$ a s její pomocí pak $A \Longleftrightarrow B$ jako $(A \Longrightarrow B) \wedge (B \Longrightarrow A)$.

**Příklady.** *Podívejme se ještě na následující výroky (a jejich pravděpodobnostní tabulky):*

| $A$ | $B$ | $\neg A$ | $\neg B$ | $(\neg B) \Longrightarrow (\neg A)$ | $A \wedge (\neg B)$ | $\neg(A \wedge (\neg B))$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *1* | *1* | *0* | *0* | *1* | *0* | *1* |
| *1* | *0* | *0* | *1* | *0* | *1* | *0* |
| *0* | *1* | *1* | *0* | *1* | *0* | *1* |
| *0* | *0* | *1* | *1* | *1* | *0* | *1* |

*Hodnoty v pátem a sedmém spoupci se nápadně podobají hodnotám pro $A \Longrightarrow B$. Jde o alternativní vyjádření implikace, které označujeme jako nepřímý důkaz (pátý sloupec) a důkaz sporem (sedmý sloupec).*